

## Datenmodell und Algorithmen

# Exakte Trajektoriengenerierung in der CNC-Technik

A. Elser

**ZUSAMMENFASSUNG** Bei der direkten Trajektoriengenerierung auf Flächen in der Numerischen Steuerung (NC) wird die Trajektorie mit dem Wissen über die zu fertigende Freiformfläche erzeugt. Der Vorteil ist, dass bei der Datenübertragung vom Computer Aided Manufacturing (CAM) zur NC keine Diskretisierung der Bahn erfolgt. So kann genauer und schneller gefertigt werden. Dieser Ansatz fordert die Übergabe von Flächeninformation an die NC sowie die Definition und algorithmische Verarbeitung von Bahnen auf Flächen.

## STICHWÖRTER

Fertigungstechnik, CAM (Computer Aided Manufacturing), Hochgeschwindigkeitsbearbeitung (HSC)

## Exact trajectory planning in CNC-systems – data model and algorithms

**ABSTRACT** With direct trajectory generation on surfaces in numerical control (NC), the trajectory is generated by defining the free-form surface to be produced. The advantage is that there is no discretization of the path during data transfer from Computer Aided Manufacturing (CAM) to NC. This enables more accurate and faster production. The approach requires the transfer of surface information to the NC as well as the definition and algorithmic processing of paths on surfaces.

## 1 Direkte Trajektoriengenerierung auf Flächen

In der klassischen Kette von Computer-Aided-Design (CAD)-CAM-NC wird die Zielgeometrie des Bauteils über meist parametrische Freiformflächen wie B-Splines oder Non-Uniform-Rational-B-Splines (NURBS) beschrieben. In der Regel findet diese Beschreibung ihren Weg maximal bis in das CAM-System. Teilweise werden Fertigungsbahnen bereits auf diskretisierten Flächen (= unter Verwendung des Standard Tessellation Language (STL)-Formats tessellierte Flächen) bestimmt, teilweise wird die Flächenbeschreibung noch bei der Bahnberechnung verwendet. Spätestens nach der Bestimmung der geometrischen Bahn ist jedoch eine Diskretisierung nötig: Der NC-Code als Schnittstelle zwischen CAM und NC sieht in seinem Standard keine Beschreibung für gekrümmte, parametrische Bahnen vor. Damit muss die Bahn aus historischen Gründen in Punkte unterteilt und als Punktefolge übergeben werden.

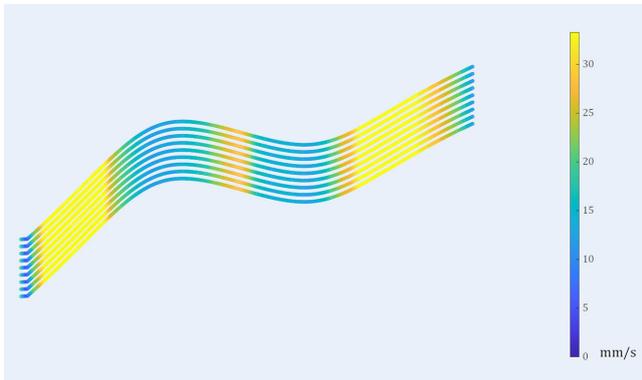
Aufgabe der NC ist es, in einem festen Takt Antriebssollwerte für alle Maschinenachsen zu generieren. Die resultierende Bewegung des Werkzeuges verläuft möglichst exakt entlang der im CAM definierten geometrischen Bahn. Da die Diskretisierung im CAM in der Regel nicht jener Diskretisierung entspricht, die durch die Taktung für die Antriebe benötigt wird, müssen Zwischenpunkte erzeugt werden. Dies geschieht ohne das Wissen um die tatsächliche Bahn und ist damit per Definition fehlerbehaftet. Die Zwischenpunkte werden über eine Hilfsgeometrie, wiederum häufig B-Splines, NURBS und Polynome oder Filterverfahren,

interpoliert. Diese Hilfsgeometrie wird entsprechend einer Geschwindigkeitsplanung und dem Takt diskretisiert.

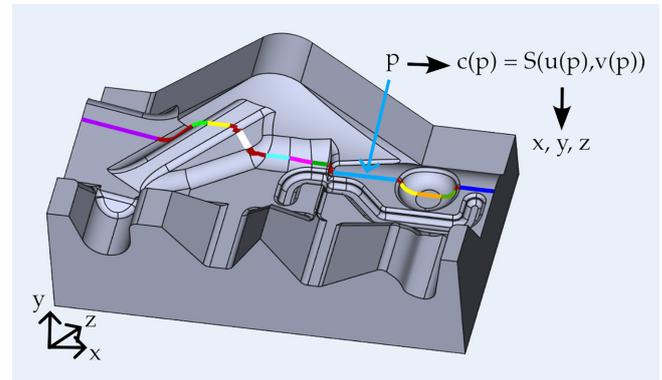
Für eine fehlerfreie Sollwerterzeugung wurde das Prinzip der Direkten Trajektoriengenerierung auf Flächen (DTF) entwickelt [1]. Da hier die Flächenbeschreibung an die Steuerung übergeben wird, entfällt der Schritt der Diskretisierung in Punkte. Die Rekonstruktion der kontinuierlichen Bahn ist nicht mehr nötig, sodass Fehler in den Bahnsollwerten ausgeschlossen sind. Zudem ist die geometrische Bahn meist ruhiger im Verlauf als etwa eine über B-Splines rekonstruierte Bahn. Dadurch können potenziell höhere Bahngeschwindigkeiten erreicht werden: **Bild 1** zeigt den Vergleich von Bahngeschwindigkeiten für das klassische, tessellierungsbasierte Vorgehen sowie das flächenbasierte Vorgehen.

Für das klassische Vorgehen wurden die tessellierte Fläche mit einer Ebene geschnitten, die Schnittpunkte in Form von NC-Code an eine industrielle Steuerung übergeben und ein B-Spline-Verfahren zur Glättung ausgewählt. Durch diese Interpolation mittels B-Splines innerhalb der NC entstehen unruhigere Kurven [1]. Um die Dynamikgrenzen der Maschinenachsen einzuhalten, muss die Bahngeschwindigkeit gegenüber der Wunschgeschwindigkeit reduziert werden, Bild 1 (a). Im Falle der DTF, Bild 1 (b), erbt die Bahn das Krümmungsverhalten der Fläche und die programmierte Bahngeschwindigkeit kann umgesetzt werden.

Es gibt Steuerungen, welche die Definition von Splines oder Polynomen im NC-Code erlauben. Dieses Vorgehen ist weiterhin fehlerbehaftet, da eine beliebige Bahn (zum Beispiel ein Schnitt zwischen NURBS-Flächen), nicht über solche expliziten parametrischen Kurven exakt beschrieben werden kann [2]. Dennoch



**Bild 1.** Bahngeschwindigkeit auf einer gekrümmten Fläche: (a) Bei Verwendung von Splines zur Interpolation von Bahnpunkten, (b) unter Verwendung der Direkten Trajektoriengenerierung auf Flächen (DTF). Grafik: ISW



**Bild 2.** Folge von Kurven auf Flächen. Grafik: ISW

ermöglicht dieses Vorgehen eine genauere und schnellere Flächenbearbeitung, wie in [1] gezeigt wurde.

Die Vorteile der DTF liegen auf der Hand, trotzdem stehen der Anwendung zwei Dinge im Wege. Zum einen ist die mit dem klassischen Verfahren erreichbare Qualität für viele Anwendungen ausreichend. Erst für Prozesse, die Schnelligkeit und Genauigkeit im höchsten Maße fordern, wird dieser Ansatz interessant. Zum anderen erfordert die Umstellung auf ein flächenbasiertes Konzept eine grundsätzliche Überarbeitung von Daten und Algorithmen in der NC.

In der Literatur zur NC-Technik wird das STEP-NC-Format [3] meistens als Referenzlösung für eine standardisierte Beschreibung von Bearbeitungsflächen und Bearbeitungsschritten geführt [4, 5]. Während Flächen, Kurven und Features wie Taschen oder Fasen vollständig beschrieben werden können, überlässt der Standard die Algorithmik dem Anwender. Trotzdem erscheint die grundsätzliche Idee von STEP-NC als ein guter Ausgangspunkt, um die notwendigen Geometrien und Werkzeugbahnen für eine DTF zu beschreiben und zu berechnen.

## 2 Datenmodell und Algorithmen

Für eine DTF müssen Flächen und Bahnen auf Flächen definiert und an die NC übergeben werden. In diesem Kapitel werden die Anforderungen an das Datenmodell und die Algorithmen definiert. Dafür wird betrachtet, welche Informationen notwendig sind und welche berechnet werden müssen. Dies ergibt sich aus den Bahnplanungsverfahren und den Algorithmen, die in der NC ausgeführt werden müssen, um Antriebsollwerte zu berechnen.

### 2.1 Definition von Bahnen

Prinzipiell muss unterschieden werden, ob Bahnen im euklidischen Raum oder im Parameterraum der Fläche definiert werden. Während die Berechnung von euklidischen Koordinaten aus den Flächenparametern über die Flächendefinition sehr einfach ist, ist der umgekehrte Weg rechenaufwendig. Daher sollte bei den entsprechenden Bahnplanungsmethoden eine simultane Bestimmung der Koordinaten angestrebt werden. Nachfolgend werden die wichtigsten Bahnplanungsmethoden [6] vorgestellt, die durch das Datenmodell abgedeckt werden sollten.

Bei der parametrischen Bahnplanung wird die Bahn im Parameterraum der Fläche definiert. Bei der iso-parametrischen

Bahnplanung im Speziellen wird ein Parameter der Fläche konstant gehalten, während der andere in seinem Definitionsbereich variiert wird. Nach Vollendung einer Bahn wird der lokal konstante Parameter verändert und anschließend wiederum der zweite Parameter variiert.

Bei der iso-planaren Bahnplanung wird eine Ebene im euklidischen Raum definiert, zu der alle weiteren Bahnen parallel sein sollen. Häufig ist dies eine Ebene senkrecht zu einer Koordinatenachse, zum Beispiel die x-z-Ebene.

Vektorfeld-basierte Ansätze legen ein Vektorfeld fest, entlang welchem sich die Bahnen orientieren sollen. Dieses Vektorfeld kann zum Beispiel über Flächeneigenschaften wie die Krümmung definiert werden, oder über weitere Informationen wie das Ergebnis einer Lastanalyse.

Iso-Distanz-Kurven werden über eine Leitkurve definiert. Alle weiteren Kurven sind parallel zu dieser Leitkurve, wobei die Distanz entlang der Fläche gemessen wird. Für Fertigungsverfahren wie die additive Fertigung, bei denen es wichtig ist, dass Bahnabstände konstant sind, ist diese Art der Bahnplanung wichtig.

In der NC-Technik werden häufig Kurven-Offsets benötigt. Dabei ist die Idee, dass eine Kurve entlang eines Vektors um einen (konstanten) Wert verschoben wird. Ein Beispiel ist die Verschiebung der Kurve entlang des Normalenvektors um den Radius des Werkzeuges.

Gerade in der Erzeugung von Freiformflächen, werden häufig Oberflächen über Verbunde von Flächen beschrieben. Daher muss das Datenmodell neben der Definition von einzelnen Bahnen auch Bahnfolgen beschreiben können. Übergangsbahnen (die nicht auf einer Fläche liegen) müssen ebenfalls abgedeckt sein. Diese treten entweder beim Absetzen von einer Bahn und Übergang zu einer weiteren, nicht direkt angrenzenden, Bahn, auf oder wenn zwei Flächen nicht G2-stetig ineinander übergehen und überschliffen werden müssen. Eine Bahnfolge ist beispielhaft in **Bild 2** dargestellt. Jeder der farbigen Abschnitte ist als Kurve auf Fläche definiert. Am Beispiel der hellblauen Kurve wird dargestellt, dass der Kurvenparameter  $p$  die Flächenparameter  $u, v$  bestimmt und diese wiederum über die Flächendefinition einen Punkt  $x, y, z$  im euklidischen Raum.

### 2.2 Algorithmen der NC

Nachfolgend wird betrachtet, welche Information durch die NC zur Erzeugung der Antriebsollwerte benötigt wird. Für die

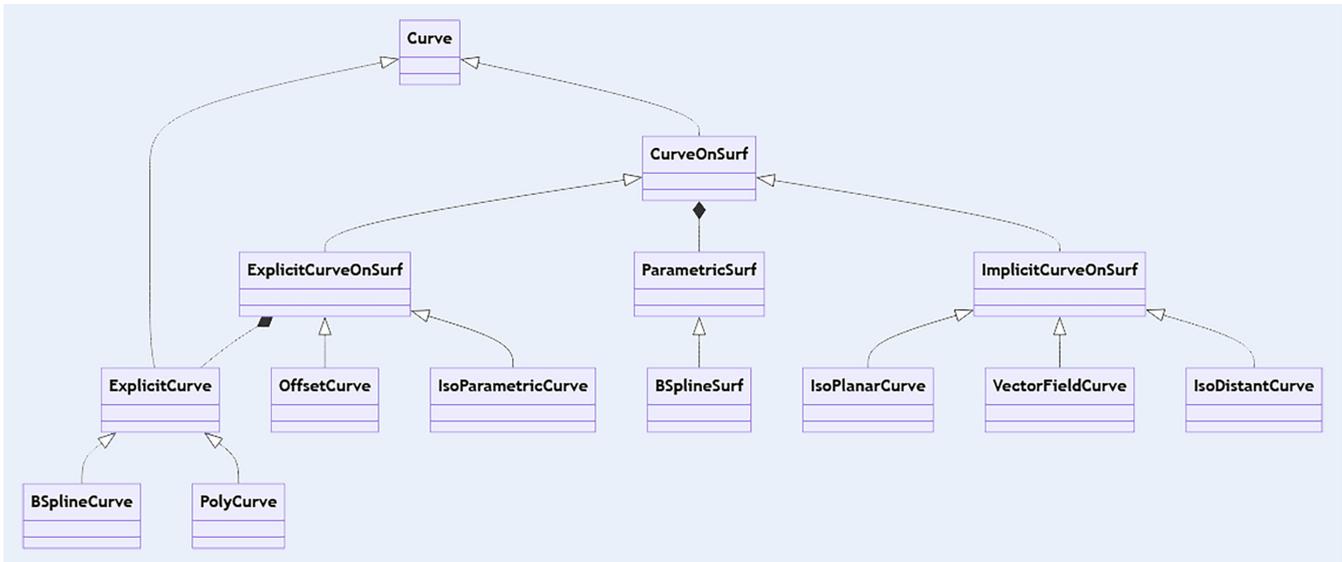


Bild 3. Datenmodell für die DTF. Grafik: ISW

Sollwerterzeugung müssen die definierten Bahnen pro Takt ausgewertet werden, um euklidische Werte zu erhalten. Diese werden über die inverse Kinematik der Maschine auf die Maschinenachsen transformiert. Dementsprechend müssen alle Flächen und Kurvenelemente des Datenmodells an einem beliebigen Parameter des jeweiligen Definitionsbereichs ausgewertet werden können. Für die Geschwindigkeitsplanung werden jedoch einige weitere Werte der Bahnen benötigt. Die Geschwindigkeit wird in der NC entsprechend den Grenzwerten der Maschinenachsen und der gewünschten Bahngeschwindigkeit ausgelegt. Für die Berechnung dieser Grenzen müssen die ersten drei Ableitungen der Bahn nach dem Bogenmaß berechnet werden [7]. Hierbei treten die Kurvenableitungen und die Ableitungen des Kurvenparameters nach dem Bogenmaß auf.

Der Zusammenhang zwischen Bahnparameter und Bogenmaß wird auch für die Abtastung der geometrischen Bahn entsprechend der geplanten Geschwindigkeit benötigt: Die Geschwindigkeitsplanung legt den Zusammenhang zwischen zurückgelegtem Weg und der Zeit fest. Die Dauer eines Zeitschritts des NC-Takts lässt, in Kombination mit der bestimmten Bahngeschwindigkeit, darauf rückschließen, welcher Weg in jedem Takt zurückgelegt werden soll. Insofern definiert die Zeit den Weg, der Weg den Kurvenparameter und der Kurvenparameter gegebenenfalls den Flächenparameter. Je nach Methodik der Geschwindigkeitsplanung wird die Krümmung der Kurve benötigt, berechnet über die ersten beiden Ableitungen der Kurve. Bei Bahnen auf Flächen schließt das die Berechnung der Flächenableitungen mit ein. Um dies nachzuvollziehen, wird beispielhaft die zweite Ableitung einer im Parameterraum der Fläche  $S(u(p), v(p))$  definierten Bahn  $c(p)$  nach dem Parameter  $p$  aufgestellt:

$$\frac{d^2 c(p)}{dp^2} = \frac{\partial^2 S}{\partial u^2} \left(\frac{du}{dp}\right)^2 + \frac{\partial S}{\partial u} \frac{d^2 u}{dp^2} + 2 \frac{\partial^2 S}{\partial u \partial v} \frac{du}{dp} \frac{dv}{dp} + \frac{\partial S}{\partial v} \frac{d^2 v}{dp^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial v^2} \left(\frac{dv}{dp}\right)^2 \quad (1)$$

Durch die Kettenregel treten Ableitungen der Kurve, der Fläche und der Flächenparameter auf. Diese Werte müssen entsprechend bestimmt werden. Für die Ableitung nach dem Bogenmaß müsste obige Formel (1) um die Ableitungen von  $p$  nach  $s$  erweitert werden.

Die Reparametrierung von Kurven im Bogenmaß, wird häufig über eine Abbildungsvorschrift  $p(s)$  vom Bogenmaß auf den Kurvenparameter vorgenommen [8]. Diese Vorschrift kann durch numerische Integration des Betrags der ersten Ableitung der Kurve, also  $|dc(p)/dp|$  bestimmt werden, liefert jedoch für fast alle Kurvenarten nur eine Näherung der Reparametrierung. Für die Berechnung der Werte  $dp/ds$ ,  $d^2 p/ds^2$ ,  $d^3 p/ds^3$  kann zwar diese Abbildungsvorschrift  $p(s)$ , wenn sie zweimal stetig differenzierbar ist, verwendet werden, dieser Wert ist dann jedoch fehlerbehaftet. Vielmehr können die Tangente, die Krümmung und die Torsion diese Werte lokal exakt liefern. Beispielhaft gilt für die ersten beiden Ableitungen:

$$\frac{dc}{ds} = t = \frac{dc}{dp} \frac{dp}{ds} \quad (2)$$

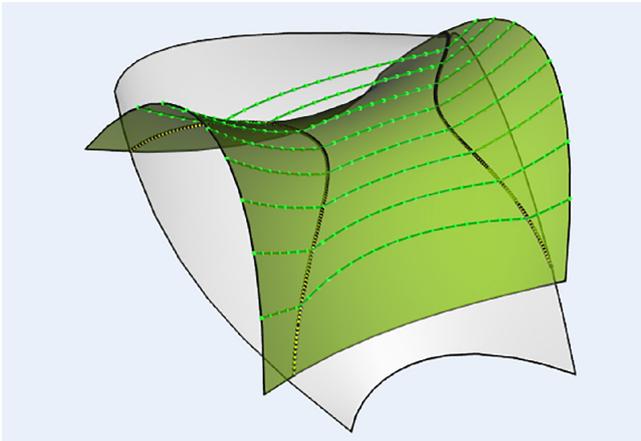
$$\frac{d^2 c}{ds^2} = \kappa n = \frac{dc}{dp} \frac{d^2 p}{ds^2} + \frac{d^2 c}{dp^2} \left(\frac{dp}{ds}\right)^2 \quad (3)$$

Mit den Formeln (2) und (3) können die Werte  $dp/ds$  und  $d^2 p/ds^2$  somit über die intrinsischen Eigenschaften Tangente  $t$ , Normale  $n$  und Krümmung  $\kappa$  der Kurve  $c$  bis auf numerische Fehler exakt berechnet werden.

### 2.3 Datenmodell

Angelehnt an STEP-NC wird ein objektorientiertes Datenmodell nach Bild 3 definiert.

Notwendige Objekte sind Flächen und Kurven. Das Datenmodell wird für parametrische Flächen genauer beschrieben, andere Flächenbeschreibungen müssen jedoch ebenfalls die geforderten Werte aus diesem Kapitel liefern. Parametrische Kurven und Flächen wie B-Spline-Flächen werden einfach über Knotenvektoren, den Grad pro Dimension und (ein Netz von) Kontrollpunkten definiert und berechnet [9]. Alle Objekte müssen an einem vorgegebenen Wert oder Wertepaar auswertbar sein. Die hierfür notwendigen Algorithmen können der Literatur entnommen werden [9]. Wie beschrieben, werden mindestens die ersten drei Ableitungen nach dem Objektparameter benötigt. Diese Werte werden durch striktes Einhalten der Kettenregel wie in Gleichung (1)



**Bild 4.** (a) Iso-parametrische Kurven auf einem Flächenverbund im euklidischen Raum, (b) und (c) iso-parametrische Kurven im jeweiligen Parameterraum. Grafik: ISW

bestimmt. Die Ableitung eines B-Splines ist wiederum ein B-Spline mit gekürztem Knotenvektor und neu berechneten Kontrollpunkten, siehe [10], auch für die Ableitung von NURBS. Über diese Ableitungen lassen sich Krümmung, Torsion und Kurvenlänge berechnen.

Das Hauptobjekt des Datenmodells ist eine Kurve. Eine explizite Kurve ist zum Beispiel eine parametrische Kurve, wie ein B-Spline, ein Polynom oder ein NURBS. Sie kann im euklidischen Raum (Dimension drei) oder im Parameterraum der Kurve (Dimension zwei) definiert sein. Beim Überschleifen zwischen Flächen entsteht zum Beispiel eine explizite Kurve im euklidischen Raum. Ebenso können Übergangsbahnen über solche expliziten Kurven beschrieben werden. Um die Stetigkeit der Ableitungen mit Blick auf die Geschwindigkeitsplanung sicherzustellen, müssen Kurven und Flächen mindestens den Grad drei aufweisen.

Eine CurveOnSurf ist eine Kurve, die im Kontext einer Fläche definiert ist, sie erbt viele Eigenschaften von der unterlagerten Fläche. Eine ExplicitCurveOnSurf ist eine Kurve auf einer Fläche, die über eine explizite Kurvenbeschreibung im Parameterraum der Fläche definiert werden kann. Dementsprechend enthält sie eine explizite Kurvenbeschreibung und eine parametrische Flächenbeschreibung. Iso-parametrische Bahnen können als ExplicitCurveOnSurf definiert werden. Auch eine Offset-Kurve ist eine explizite Kurve, für den Offset werden aber weitere Informationen in Form der Normale und des Offsetwertes benötigt. Bei einer impliziten Kurve auf einer Fläche wird die Bahn nicht direkt im Parameterraum der Fläche bestimmt. Sie ergibt sich indirekt aus Bedingungen an die Bahn - es muss ein Gleichungssystem gelöst werden.

Mit der Bereitstellung dieser Daten und Algorithmen kann eine NC, die eine DTF unterstützt, realisiert werden.

### 3 Beispiele

In diesem Abschnitt werden Beispielkurven entsprechend des Datenmodells definiert. Dabei werden die vorgestellten Bahnplanungsverfahren aus Kapitel 2 herangezogen. Es wird gezeigt, dass das Datenmodell diese Verfahren abbilden kann.

Die iso-parametrische Bahn ist offensichtlich eine im Parameterraum der Fläche explizit beschreibbare Kurve. Die Anwen-

dung der beschriebenen Transformationsregeln führt direkt zu allen notwendigen Werten. **Bild 4** (a) zeigt iso-parametrische Kurven auf einem Flächenverbund ohne Überschleifen. Bild 4 (b) und Bild 4 (c) zeigen, wie die jeweiligen Kurven im Parameterraum verlaufen.

Iso-planare Kurven stellen per Definition eine Bedingung an die Kurvenrichtung. Es handelt sich somit um eine implizite Beschreibung. Verallgemeinert man die Definition der iso-planaren Kurve, sodass die Kurven in einer Ebene mit dem Normalenvektor  $n$  verlaufen sollen, dann kann folgendes Gleichungssystem aufgestellt werden:

$$d = a \frac{\partial S(u,v)}{\partial u} + b \frac{\partial S(u,v)}{\partial v} \quad (4)$$

$$0 = n \cdot d \quad (5)$$

$$1 = a^2 \frac{\partial S(u,v)^T}{\partial u} \frac{\partial S(u,v)}{\partial u} + 2ab \frac{\partial S(u,v)^T}{\partial u} \frac{\partial S(u,v)}{\partial v} + b^2 \frac{\partial S(u,v)^T}{\partial v} \frac{\partial S(u,v)}{\partial v} \quad (6)$$

Dabei ist  $d$  der Vektor, entlang welchem die Kurve lokal im euklidischen Raum auf der Fläche verlaufen soll. In der lokalen Tangentialebene lässt sich  $d$  über eine Linearkombination (Faktoren  $a, b$ ) der beiden ersten partiellen Flächenableitungen berechnen.

Die dritte Gleichung normiert den Vektor  $d$  auf den Wert 1. Dies ist zunächst nicht zwingend notwendig, führt jedoch dazu, dass bei numerischer Integration der Vektoren die Kurve direkt im Bogenmaß parametrisiert ist. Es zeigt sich, dass diese Methode auch eine vektorfeld-basierte Methode ist, da für jeden Punkt der Fläche ein Vektor definiert wird, entlang welchem die Bahn verlaufen soll. Iso-distante Kurven lassen sich ebenfalls durch ein Gleichungssystem beschreiben. Zum Beispiel über Geodätengleichungen, welche ein Differenzialgleichungssystem bilden [11]. Theoretisch ist es hier wiederum möglich über eine Leitkurve und den Kurvenabstand die Kurve implizit zu beschreiben. Allerdings steigt aufgrund der Komplexität der Gleichungen der Berechnungsaufwand.

Offset-Kurven werden sehr häufig verwendet, um eine Radiuskorrektur durchzuführen. Sie können explizit über eine Basiskurve  $c$ , einen Radius  $R$  und den Normalenvektor  $n$  der Fläche beschrieben werden. Im Gegensatz zum klassischen Ansatz, bei dem zum Beispiel der Offset im CAM approximativ berechnet wird, können so zu jedem Takt exakte Werte auf der Offset-Fläche berechnet werden:

$$c_{\text{offset}}(p) = c(p) + Rn(u(p), v(p)) \quad (7)$$

Aus Gleichung (7) wird ersichtlich, dass für solche Offsets die Normale der Kurve und deren Ableitungen benötigt werden. Diese Werte wurden von *Farouki et al.* übersichtlich in [12] zusammengefasst. Zu beachten ist, dass die Normale sich über die ersten beiden Flächenableitungen berechnet. Damit muss die Fläche selbst für höhere Ableitungen der Kurve ausreichend stetig differenzierbar sein.

**Bild 5** zeigt Offset-Kurven (a) entlang der Flächennormalen und iso-planare Kurven (b). Bei letzteren wurde die x-y-Ebene und damit der Vektor  $d = [0, 0, 1]$  ausgewählt.

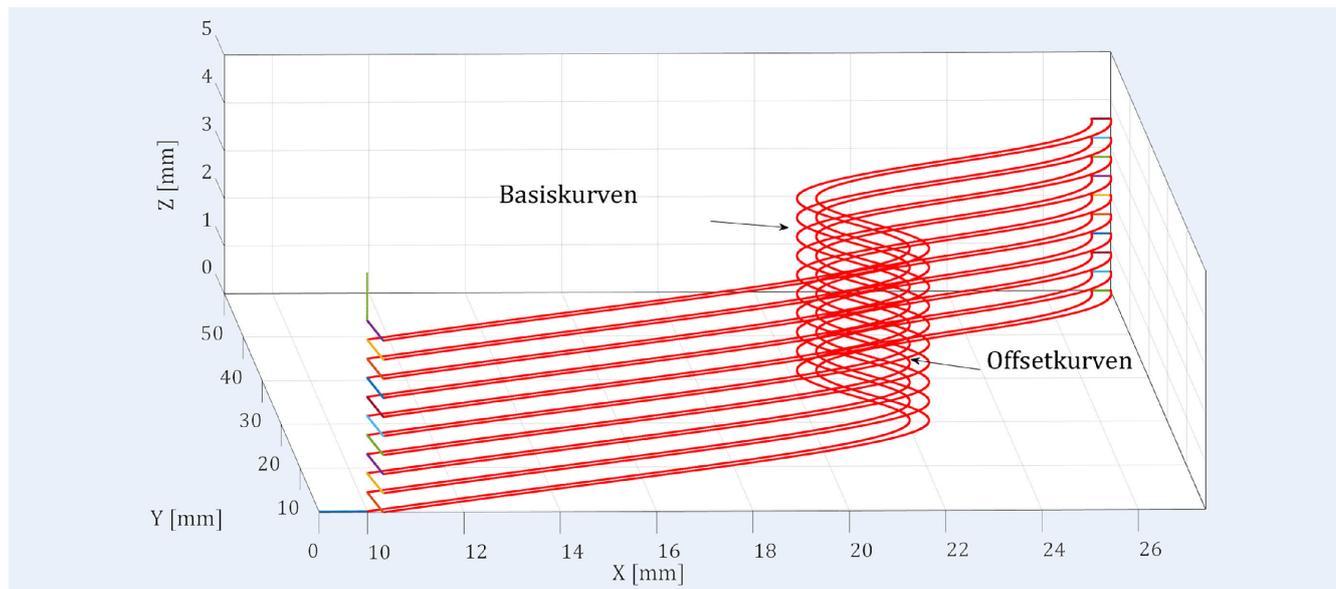


Bild 5. (a) Offset-Kurven entlang der Normalen und (b) iso-planare Kurven. Grafik: ISW

## 4 Zusammenfassung

Mit dem Datenmodell und den vorgestellten Algorithmen sind die wesentlichen Grundlagen für eine DTF in einer NC gegeben. Eine prototypische Implementierung erfolgte bisher in „Matlab“. Gängige Bahnplanungsverfahren können damit abgebildet werden. Algorithmen für Glättungsverfahren an Flächengrenzen wurden ebenfalls bereits betrachtet [13]. Auch wurde gezeigt, dass die berechneten Sollwerte in der Fertigung verwendet werden können (siehe Bild 1). Kritisch ist die Berechnungszeit der einzelnen Algorithmen. Gerade bei der Auswertung von Flächen und der Berechnung von Ableitungen, müssen schnelle und intelligente Berechnungsmethoden herangezogen werden, sodass keine überflüssigen Iterationen erfolgen.

Das Konzept zieht Teile des CAM in die Steuerung. Sicher ist, dass, wie im Falle der Offset-Kurven, kritisch hinterfragt werden muss, welche Berechnungen im CAM und welche Berechnungen in der Steuerung stattfinden. Das Datenmodell erlaubt jedoch weiterhin den klassischen Weg, oder als Zwischenschritt die Approximation von Bahnen durch parametrische Kurven im Parameterraum der Fläche. Letzteres sichert, dass Sollwerte auf der Fläche liegen, auch wenn sie innerhalb der Fläche eine Abweichung von der ursprünglich definierten Bahn haben.

### Literatur

- [1] Beudaert, X.; Lavernhe, S.; Tournier, C.: Direct trajectory interpolation on the surface using an open CNC. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology 75 (2014) 1–4, pp. 535–546
- [2] Katz, S.; Sederberg, T. W.: Genus of the intersection curve of two rational surface patches. Computer Aided Geometric Design 5 (1988) 3, pp. 253–258
- [3] International Organization for Standardization (eds.): ISO 10303–238:2022: Industrial automation systems and integration. Product data representation and exchange. 2022–09
- [4] Brecher, C.; Vittr, M.; Wolf, J.: Closed-loop CAPP/CAM/CNC process chain based on STEP and STEP-NC inspection tasks. International Journal of Computer Integrated Manufacturing 19 (2006) 6, pp. 570–580

- [5] Srivastava, D.; Komma, V. R.: STEP-NC AP238 – an excellent paradigm for smart manufacturing. International Journal on Interactive Design and Manufacturing (IJIDeM) 17 (2023) 4, pp. 1475–1487
- [6] Lasemi, A.; Xue, D.; Gu, P.: Recent development in CNC machining of freeform surfaces: A state-of-the-art review. Computer-Aided Design 42 (2010) 7, pp. 641–654
- [7] Beudaert, X.; Lavernhe, S.; Tournier, C.: Feedrate interpolation with axis jerk constraints on 5-axis NURBS and G1 tool path. International Journal of Machine Tools and Manufacture 57 (2012) 5, pp. 73–82
- [8] Erkorkmaz, K.; Altintas, Y.: Quintic Spline Interpolation With Minimal Feed Fluctuation. Journal of Manufacturing Science and Engineering 127 (2005) 2, pp. 339–349
- [9] Boor, C. de: On calculating with B-splines. Journal of Approximation Theory 6 (1972) 1, pp. 50–62
- [10] Prochazkova, J.; Prochazka, D.: Implementation of NURBS Curve Derivatives in Engineering Practice. 15th International Conference in Central Europe on Computer Graphics, 2007, n. p.
- [11] Ravi Kumar, G.; Srinivasan, P.; Devaraja Holla, V. et al.: Geodesic curve computations on surfaces. Computer Aided Geometric Design 20 (2003) 2, pp. 119–133
- [12] Farouki, R. T.: The approximation of non-degenerate offset surfaces. Computer Aided Geometric Design 3 (1986) 1, pp. 15–43
- [13] Elser, A.; Lechler, A.; Verl, A.: Implementation of Surface Interpolators for Compound Surfaces without C2-continuity. Procedia CIRP 109 (2022), pp. 19–24



Dr.-Ing. Anja Elser

anja.elser@isw.uni-stuttgart.de

Tel. +49 711 / 6858-4494

Foto: ISW

Universität Stuttgart

Institut für Steuerungstechnik der Werkzeugmaschinen

und Fertigungseinrichtungen (ISW)

Seidenstr. 36, 70174 Stuttgart

www.isw.uni-stuttgart.de

### LIZENZ



Dieser Fachaufsatz steht unter der Lizenz Creative Commons Namensnennung 4.0 International (CC BY 4.0)